

نسبت و تناسب

بنام خدا

دوستان کلاس دهمی سلام..

سال تحصیلی جدید مبارک... امسال هم مثل گذشته با آموزش ریاضی به روش گام به گام در خدمت شما هستیم.. فصل اول رو با یادآوری نسبت و تناسب شروع می‌کنیم.

نوع اول از نسبتها (نسبت مستقیم) :

نسبت مستقیم یعنی چی؟ برای درک بهتر، با دو مثال براتون مسئله رو روشن میکنم.

مثال اول:

شما دارین درس میفونین، ۵ صفحه رو تو ۱۵ دقیقه کاملاً یاد می‌گیرید، اما امتحان شما از ۲۰۰ صفحه کتابه... فب بقدر طول میکشه که کل کتاب رو بفونید؟

ببینید هر بقدر تعداد صفحه ها بیشتر باشه زمان بیشتری هم وقت لازم دارین... پس هر دو با هم زیاد میشن... این یه نسبت مستقیمه

مثال دوم:

شما موهمان دارین و همیشه برای ۵ نفر اعضای خانواده ۳ پیمانه برنج درست میکردین.. فب برای ۲۰ نفر چند پیمانه لازم دارین؟

باز هم هر دو مقدار با هم زیاد میشن، پس این هم یه نسبت مستقیمه

چند مدل سوال وجود داره که با نسبت مستقیم حل می‌کنیم:

در سوالاتی مثل دو مثال بالا، ما دو مقدار داریم. حالا یکی از مقادیرها بیشتر
میشه.. میفویایم بدونیم مقدار دوم چه تغییری میکنه؟

مثال اول رو با هم حل میکنیم.

وقتی میفویایم سوالات مربوط به تناسب رو حل کنیم از جدول تناسب استفاده می‌کنیم

و به صورت نسبت مینویسیم.

مقدار هر کدوم رو باید جای خودش بنویسیم (اینا رو کلاس پنجم یاد گرفتیم)
بنابراین داریم:

صفحه	۵	۲۰۰
دقیقه	۱۵	?

جواب پی میشه؟

۵ در چه عددی ضرب شده که جواب شه ۲۰۰؟ در ۴۰ ضرب شده

پس ۱۵ رو هم در ۴۰ ضرب می‌کنیم:

$$۱۵ \times ۴۰ = ۶۰۰$$

مثال دوم:

باز هم از تناسب استفاده میکنیم:

پیمانه	۳	?
تعداد	۵	۲۰

جواب پی همیشه؟

۵ در ۴ ضرب شده، پس ۳ رو هم در ۴ ضرب می‌کنیم:

$$۳ \times ۴ = ۱۲$$

دقت کنید اگر $\frac{3}{5}$ رو حساب کنیم همیشه تقریباً ۱٫۶

هالا اگر $\frac{20}{12}$ رو حساب کنیم همیشه ۱٫۶

پس آگه نسبت‌های ما به صورت زیر باشن:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

این رابطه همیشه برقراره که:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

یعنی:

$$\frac{a}{b} = k \quad , \quad \frac{c}{d} = k$$

نوع دو^م از نسبتها :

گاهی دو نسبت داریم اما یکی از نسبتها رشد نمیکند بلکه مجموع نسبتها رشد میکند.
این مدل تناسب مربوط به سوالاتیه که در اونها یه نمونه از ترکیب دو نمونه دیگه ساخته میشه

مثلا رنگ قرمز و زرد رو ترکیب کنیم نارنجی میسازیم..فب حالا اگه نسبت دو رنگ قرمز و زرد رو داشته باشیم و مقداری از نارنجی بخوایم به راحتی میتونیم از هر کدوم مقدار باید برداریم.

مثال :

برای به دست آوردن رنگ نارنجی، هر ۳ کیلو رنگ قرمز رو با ۲ کیلو رنگ زرد مخلوط میکنیم. برای ۱۵ کیلو رنگ نارنجی از هر کدوم چه اندازه لازم داریم؟؟

باز هم نسبتها رو می نویسیم. اما اینجا باید از سه مقدار استفاده کنیم پس جدول سه تایی میشه..و در پایین جدول از مجموع دو نسبت استفاده میکنیم یعنی مجموع ۲ و ۳ که میشه

۵

پس اینطور میشه:

قرمز	۳	?
زرد	۲	?
نارنجی	۵	۱۵

حالا برای به دست آوردن مقدار مورد نیاز از رنگهای زرد و قرمز، هر کدوم رو جداگانه می نویسیم، برای قرمز داریم:

قرمز	۳	?
نارنجی	۵	۱۵

رنگ قرمز مورد نیاز برابر با:

$$۳ \times ۳ = ۹$$

برای رنگ زرد داریم:

زرد	۲	?
نارنجی	۵	۱۵

رنگ زرد مورد نیاز برابر با:

$$۲ \times ۳ = ۶$$

نوع سوم از نسبتها:

این نوع از نسبتها خیلی به نوع دوم شبیهه، تفاوتش در اینه که در این نوع از اختلاف و تفاضل صحبت میشه و یه نمونه از ترکیب دو نمونه دیگه ساخته نمیشه

مثال:

نسبت پول علی و مریم ۴ به ۷ است اگر تفاضل پول آنها ۲۱۰۰۰ تومان باشد پول هر کدام را حساب کنید.

خب از جدول سه تایی استفاده میکنیم. در قسمت پایین جدول از تفاضل دو نسبت یعنی تفاضل ۴ و ۷ که میشه ۳ استفاده میکنیم و ۲۱۰۰۰ رو جلوی ۳ مینویسیم:

علی	۴	?
مریم	۷	?
اختلاف	۳	۲۱۰۰۰

مثل حالت قبل، برای به دست آوردن پول مریم و علی، نسبتها رو جداگانه مناسبه می‌کنیم:

علی	۴	?
اختلاف	۳	۲۱۰۰۰

۳ در ۷ ضرب شده که به ۲۱۰۰۰ تبدیل شده، بنابراین:

پول علی برابره با:

$$۳ \times ۷۰۰۰ = ۲۱۰۰۰$$

برای به دست آوردن پول مریم داریم:

مریم	۷	?
اختلاف	۳	۲۱۰۰۰

پول مریم برابره با:

$$۷ \times ۷۰۰۰ = ۴۹۰۰۰$$

توجه:

تا اینجا کلیاتی رو درباره نسبت و تناسب یادآوری کردیم. آگه فکر می‌کنید که نیاز به توضیح دیگه‌ای ندارید، همینجا میتونید این جلسه رو تموم کنید، اما آگه به توضیحات بیشتر احتیاج دارید، مطالبی که در ادامه گفته میشه رو بفونید. (مطالب زیر، نسبت و تناسب رو از ابتدا توضیح میده و مربوط به جزوه‌های کلاس پنجم هست)

نسبت و تناسب

یه سبد سیب داریم با ۸ تاسیب.. ۲ تا از این سیبها قرمز و ۶ تا از سیبها زرد
به ما میگن تعداد قرمزها چند برابر زرد یا تعداد زردها چند برابر قرمز؟ فب زردها ۳
برابر قرمزها هستن.. پس قرمزها $\frac{1}{3}$ برابر زردها هستن... این عددها رو بطور پیدا
کردیم؟ **تقسیم کردیم**

تعداد زردها تقسیم بر قرمزها مساوی ۳ شد

ولی تعداد قرمزها تقسیم بر زردها رو نمیتونیم راحت پیدا کنیم 😞

پس این عدد $\frac{1}{3}$ از کجا اومده؟؟

فب همین مسئله ساده باعث شد ما مجبور شیم مبث تناسب رو آموزش بدیم تا شما
به راحتی بتونید سوالاتی مفتلف رو حل کنید

هر زمان از ما پرسن یه مقداری چند برابر یه مقدار دیگه ست به راحتی یه کسر
مینویسیم، عدد اول توی صورت و عدد دوم توی مخرج

حالا به این پی میگن؟؟ درسته تناسب

حالا ببینیم نسبت سیب قرمز به زرد چند میشه؟

سیب قرمز توی صورت سیب زرد توی مخرج

$$\frac{\text{قرمز}}{\text{زرد}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

نسبت زرد به قرمز

$$\frac{\text{زرد}}{\text{قرمز}} = \frac{6}{2} = 3$$

مثال: نسبت پول مریم به مینا ۸ به ۶ است

یعنی مریم توی صورت و مینا توی مفرج نوشته میشه:

$$\frac{\text{مریم}}{\text{مینا}} = \frac{8}{6}$$

هالا اگه نسبت پول مینا به مریم رو بفوایم:

مینا رو صورت و مریم رو مفرج مینویسیم:

$$\frac{6}{8}$$

هالا اگه از ما نسبت پول مریم به کل پول رو بفوان چی؟

باید مریم صورت باشه و کل که میشه جمع دو نسبت در مفرج

$$\text{کل میشه } 6 + 8 = 14$$

$$\text{پس داریم } \frac{8}{14}$$

نسبت پول مینا به کل پول چقدر میشه؟

$$\text{مینا صورت و کل مفرج: } \frac{6}{14}$$

یادتون باشه برای نسبت و تناسب همیشه در کنار عددهایی که توی کسر مینویسیم

مشفص کنید مربوط به چه کسی یا چه چیزی هستن مثلاً:

$$\frac{\text{مریم}}{\text{مینا}} = \frac{8}{6}$$

الان دقیقاً میدونیم نسبت مریم ۸ و مینا ۶ همیشه

مثال:

در یک جعبه نسبت پیچ به مهره سه به پنج است. نسبتهای زیر را کامل کنید:

الف) پیچ به مهره

پس باید پیچ رو در صورت و مهره رو در مخرج بنویسیم. همیشه:

$$\frac{\text{پیچ}}{\text{مهره}} = \frac{3}{5}$$

ب) مهره به پیچ

پس مهره رو صورت و پیچ رو مخرج مینویسیم:

$$\frac{\text{مهره}}{\text{پیچ}} = \frac{5}{3}$$

ج) پیچ به کل

جمع نسبتها همیشه ۸ که همون کل همیشه

پس پیچ صورت کل مخرج

$$\frac{\text{پیچ}}{\text{کل}} = \frac{3}{8}$$

د) مهره به کل

مهره صورت و کل مفرج

$$\frac{\text{مهره}}{\text{کل}} = \frac{5}{8}$$

کاربرد نسبت و تناسب

به نظرتون کاربرد نسبت و تناسب کجاست؟ کجا به دردمون میخوره؟

یه مثال واقعی بگیم...

بیاین فکر کنیم شما یه خانواده چهار نفره هستین..مادر شما برای پختن پلو برای ۴ نفر از

۵ پیمانه برنج استفاده میکنه..امشب قراره ۲۰ نفر مهمون داشته باشید..برای این ۲۰ نفر

چند پیمانه برنج لازم دارین؟

خب این سوال یکی از کاربردهای نسبت و تناسبه 😊

مرحله اول شما ۴ نفره هستین و ۵ پیمانه برنج لازم دارین

این میشه

$$\frac{\text{برنج}}{\text{افراد}} = \frac{5}{4}$$

خب حالا چند نفر مهمان دارید؟ ۲۰ نفر.

برای اینکه بفهمیم چند پیمانه برنج لازم باید از کسرهای مساوی استفاده کنیم:
یعنی جلوی این کسر به کسر مساوی مینویسیم

$$\frac{\text{برنج}}{\text{افراد}} = \frac{\quad}{\quad}$$

صورت و مخرج پی باید بذاریم؟؟ به مسئله نگاه میکنیم بینیم پی داریم
اینجا تعداد مهمانها رو داریم اما برنج رو نداریم
پس جلوی افراد تعداد افرادی که داریم رو مینویسیم:

$$\frac{\text{برنج}}{\text{افراد}} = \frac{5}{4} = \frac{\quad}{20}$$

حالا ۴ بطور تبدیل به ۲۰ شده؟ در ۵ ضرب شده ما هم مخرج رو در ۵ ضرب میکنیم..

$$\text{پس } 5 \times 5 = 25$$

$$\frac{\text{برنج}}{\text{افراد}} = \frac{5}{4} = \frac{25}{20}$$

یعنی برای این ۲۰ نفر ۲۵ پیمانه برنج لازم داریم.

مثال

برای پختن نوعی شیرینی، نسبت شکر به آرد ۲ به ۳ است. اگر ۹ کیلو آرد داشته باشیم
چقدر شکر لازم داریم؟

حل:

ابتدا نسبتها رو مینویسیم.. شکر به آرد ۲ به ۳

پس باید به نسبت بنویسیم که صورت شکر باشه با عدد ۲ و مخرج آرد باشه با عدد ۳

$$\frac{\text{شکر}}{\text{آرد}} = \frac{2}{3}$$

حالا مساله چه مقداری رو به ما داده؟؟ آرد ... چند کیلو؟ ۹ کیلو

پس به کسر مساوی مینویسیم مقدار آرد رو جلوی نسبت آرد مینویسیم ، داریم:

$$\frac{\text{شکر}}{\text{آرد}} = \frac{2}{3} = \frac{\quad}{9}$$

۳ بطور تبدیل به ۹ شده؟ در ۳ ضرب شده پس صورت یعنی عدد ۲ رو در ۳ ضرب میکنیم همیشه ۶

$$\frac{\text{شکر}}{\text{آرد}} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

پس برای ۹ کیلو آرد ۶ کیلو شکر لازم داریم.

مسائل مربوط به نسبت و تناسب چند حالت مختلف دارن، حالت اول شبیه مثالهایی بود که در بالا حل کردیم، یعنی:

حالت اول: به این صورت که به نسبت به ما میدن و یکی از مقادرها و ما باید مقدار بعدی رو بدست بیاریم.

حالت‌های بعدی رو در ادامه درس میبینید:

حالت دوم: زمانی اتفاق می‌افته که نسبتها رو داریم اما مقدار هیچ کدوم رو نداریم به
باش یه مقدار کلی داریم

مثلا برای پختن کیک نسبت ارد و شکر رو داریم ولی هیچ کدوم از مقادیرها رو نداریم و
به باش مقدار کلی کیک رو داریم

یا مثلا نسبت پول دو نفر رو داریم و کل پولشون

خب حالا چکار کنیم؟؟ هر زمان نسبت داشتیم و مقدار نداشتیم به باش مجموع و مقدار
کلی داشتیم جدولمون سه تایی میشه

به این شکل

نسبت اول
نسبت دوم
مجموع نسبتها

مثال:

برای پخت نوعی شیرینی آرد و شکر به نسبت ۳ به ۲ لازم داریم. اگر ۱۰ کیلو از این شیرینی را بفروشیم درست کنیم آرد و شکر هر کدام چه مقدار لازم است؟ نسبتها رو داریم.. اما مقدار هیچ کدوم رو نداریم به باش مقدار کل شیرینی رو داریم. پس باید از حالت دوم استفاده کنیم یعنی جدول سه تایی

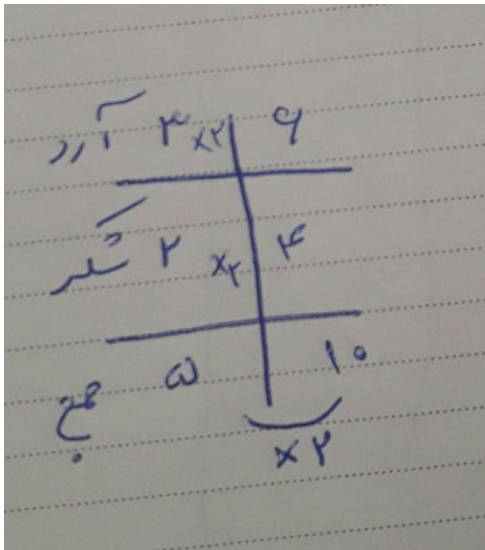
فب جدول رو میکشیم

۳	آرد
۲	شکر
۵	جمع

حالا کدوم مقدار رو دادن؟ شیرینی یعنی کل (چون شیرینی همیشه مجموع آرد و شکر) پس مقادیرها رو باگذاری میکنیم

۳	آرد	
۲	شکر	
۵	جمع	۱۰
		$\times 2$

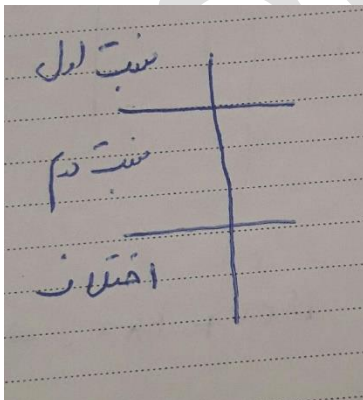
۵ در ۲ ضرب شده پس دو نسبت بالا رو هم در ۲ ضرب میکنیم.. جواب نهایی میشه:



پس برای ده کیلو شیرینی ۶ کیلو آرد و ۴ کیلو شکر لازم داریم.

حالت سوم: زمانی پیش میاد که نسبتها رو داریم و اسم تفاضل یا افتلاف میاد.

بازم در این مورد جدول تناسب سه تایی داریم که دو ردیف اول همون نسبتها هستن
ردیف اخر نسبتها رو از هم کم میکنیم



مثال:

نسبت سن مریم به مینا ۵ به ۲ است. اگر اختلاف سن آنها ۲۱ سال باشد سن هر کدام را پیدا کنید.

اسم اختلاف اومد پس جدول سه تایی داریم.

۵	مریم
۲	مینا
۳	اختلاف

حالا مقدار اختلاف رو داریم پس جاگذاری میکنیم:

۵	مریم	۳۵
۲	مینا	۱۴
۳	اختلاف	۲۱

x ۷

مثال ۱:

نسبت پول سام به مانی ۳ به ۷ است اگر سام ۳۰۰۰ تومان داشته باشد مانی چقدر پول دارد؟

جدول تناسب دوتایی داریم:

۳	۳۰۰۰
۷	

چون ۳ تبدیل به ۳۰۰۰ شده یعنی در ۱۰۰۰ ضرب شده پس ۷ رو هم در ۱۰۰۰ ضرب میکنیم.. پس میشه ۷۰۰۰ یعنی مانی ۷۰۰۰ تومان پول داره

مثال ۲:

نسبت پول ۳م به مانی ۴ به ۵ است. اگر رویوم ۱۸۰۰۰ تومان پول داشته باشند پول هر کدام چقدر است؟

چون اسم رویوم امده پس جدول سه تایی داریم که ردیف اخر باید جمع دو نسبت باشه یعنی

۴	۳م	
۵	مانی	
۹	جمع	۱۸۰۰۰

چون ۹ ضرب در ۲۰۰۰ شده و تبدیل به ۱۸۰۰۰ شده پس ۵ رو هم در ۲۰۰۰ ضرب میکنیم
 ۴ هم در ۲۰۰۰ ضرب میکنیم

$$\text{پول مانی} : ۵ \times ۲۰۰۰ = ۱۰۰۰۰$$

$$\text{پول سام} : ۴ \times ۲۰۰۰ = ۸۰۰۰$$

مثال ۳

نسبت پول سام به مانی ۶ به ۴ است. اگر اختلاف پول آنها ۲۰۰۰ باشد پول هر کدام
 چقدر است؟

اسم اختلاف امر پس جدول سه تایی داریم

سام	۶	
مانی	۴	
اختلاف	۲	۲۰۰۰

۲ در ۱۰۰۰ ضرب شده و تبدیل به ۲۰۰۰ شده پس نسبتهای بالا را در ۱۰۰۰ ضرب میکنیم:

$$\text{پول سام} : ۱۰۰۰ \times ۶ = ۶۰۰۰$$

$$\text{پول مانی} : ۱۰۰۰ \times ۴ = ۴۰۰۰$$

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در کانال [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam)